

As the D values of Te, I, and Mo follow quite well the relation

$$D = D_0 \exp(-Q/RT),$$

D_0 and Q were determined by the least square method and are listed in Table 1, together with the tentative data for La.

	UO ₂ single crystals		UC ₂ single crystals ⁹	
	D_0	Q	D_0	Q
Mo	3.9×10^{-4}	54		
I	1.5×10^{-3}	59	4.1×10^{-8}	53.3
Te	6.6×10^{-3}	70	1.3×10^{-5}	67.0
La	$2.2 \times 10^{-6} *$	35 *		
Xe	3.0×10^{-4}	63	4.6×10^{-6}	68.0

* tentative values.

Table 1. Diffusion constants of fission products in UO₂ compared with those of UC₂.
 $D(\text{cm}^2/\text{sec}) = D_0(\text{cm}^2/\text{sec}) \exp\{-Q(\text{kcal/mol})/RT\}$.

Data are available for Te, I, and Xe release from single crystal UC₂ particles ⁹. These are also listed in Table 1 along with our data on the release of Xe from UO₂ single crystals ¹⁰. The values, especially of Q , for UO₂ and UC₂ are in rather marked agreement. It is likely that non-gaseous fission products, with the exception of Zr-Nb and Te, diffuse faster than gaseous fission products (Xe), at temperatures below 2200 °C.

Acknowledgement

The authors wish to express their sincere thanks to Dr. T. AMANUMA of Atomic Fuel Corp. of Japan for the supply of UO₂ single crystals. We are also thankful to Mr. N. OWADA of Toshiba Central Research Lab. for his assistance in the experimental work.

⁹ L. R. ZUMWALT, P. E. GETHARD, and E. E. ANDERSON, GA-4267 [1963].

¹⁰ N. OI and J. TAKAGI, to be published.

Untersuchung der harten Röntgen-Strahlung am Theta-Pinch*

E. BARBIAN **

Institut für Plasmaphysik GmbH, Garching bei München

(Z. Naturforsch. **20 a**, 675—682 [1965]; eingegangen am 2. Februar 1965)

Hard X-rays of several 100 keV can be observed during a few halfcycles of a theta pinch discharge before breakdown. No additional preionization was used. This X-ray emission can be explained by bremsstrahlung of freely accelerated electrons colliding with the wall of the tube.

Investigation of the location of X-ray emission shows that the drift motion of the electrons to the wall is influenced by the potential field of the coil. On the other hand no influence of this potential field can be observed in the halfwave before breakdown when a high degree of ionization has been reached.

Thus time dependent local X-ray emission can indicate the prevailing field configuration.

The ratio of X-ray intensities before and behind a Cu absorber is compared with theoretically calculated values. Absorption measurements at the discharge tube wall at the middle and outside of the coil show that a transport mechanism affects the energy distribution of the electrons reaching the wall.

Bei schnellen Kondensatorenentladungen (Halbwertsdauer $\tau = 3,2 \mu\text{s}$) über eine Theta-Pinchspule, welche ein gasgefülltes Rohr umgibt, können in den Halbwellen vor der Zündung Elektronen bis zu Energien von einigen 100 keV beschleunigt werden. In diesen Halbwellen reicht die Ladungsträgerdichte für eine Zündung noch nicht aus. Ebenso ist die Neutralteilchendichte bei ca. $2 \cdot 10^{-2}$ Torr Füllgasdruck so gering, daß ein Elektron während der Be-

schleunigungsphase mit nur geringer Wahrscheinlichkeit einen unelastischen Stoß erfährt. Damit wird das Elektron auf einer Bahn beschleunigt ¹, die durch das Ein-Teilchen-Modell beschrieben werden kann.

Für eine Beschleunigung zu hoher Energie kommen nur solche Elektronen in Frage, welche schon innerhalb eines kurzen Zeiträums (ca. $1 \cdot 10^{-9}$ s) nach dem Nulldurchgang des ansteigenden Magnet-

* Dissertationsauszug, Technische Hochschule München 1965.
** Jetzt: FOM Laboratorium voor Massascheidung, Amsterdam, Kruislaan 407.

¹ R. CHODURA u. M. KEILHACKER, Z. Naturforsch. **17 a**, 977 [1962].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

feldes im Spulenraum vorhanden sind. Diese Elektronen erfahren ihre anfängliche Beschleunigung in dem zeitlich veränderlichen Potentialfeld und in dem vom ansteigenden Magnetfeld induzierten Wirbelfeld der Induktionsspule.

Der Energiegewinn im elektrischen Feld bei noch kleinem Magnetfeld am Anfang der Halbwelle bestimmt die Größe des magnetischen Moments des Elektrons. Der weitere Energiegewinn pro Zeiteinheit nach dem Einsetzen der Gyrbewegung ist proportional dem magnetischen Moment des Elektrons und der zeitlichen Änderung des Magnetfeldes. Die so beschleunigten Elektronen geraten während der Stromhalbwelle einerseits, indem sie den Magnetfeldlinien folgen, außerhalb der Spule an die Glaswand; andererseits ist im Spuleninnenraum sowohl durch Drift senkrecht zu den gekreuzten magnetischen und elektrischen Feldern als auch bei größerer Ladungsträgerdichte durch Diffusion senkrecht zum Magnetfeld eine Bewegung der Elektronen zur Gefäßwand möglich. Beim Stoß gegen die Wand geben die Elektronen einen Teil ihrer Energie als RÖNTGEN-Bremsstrahlung ab.

Der Ort der Emission der RÖNTGEN-Strahlung im Spuleninnenraum wird durch die Konfiguration des elektrischen Feldes bestimmt. Untersuchungen der örtlichen Emission der RÖNTGEN-Strahlung lassen demnach Rückschlüsse auf die Feldkonfiguration zu.

Allgemeine experimentelle Ergebnisse

Die Untersuchungen wurden an einer Kondensatorbatterie von $32 \mu\text{F}$, welche bis auf 38 keV aufgeladen war, unternommen. An der Spulenzuführung (Spule: 5.2 cm Innendurchmesser, 30 cm Länge) liegt etwa ein Drittel der Aufladespannung. Das maximale Magnetfeld in der Spule beträgt 50 kG und der maximale Feldanstieg $6 \cdot 10^{10} \text{ G s}^{-1}$. In der 5. Halbwelle ist noch eine maximale Feldstärke von ca. 30 kG vorhanden.

Die Spule umgibt ein Glasgefäß, das an beiden Enden etwa 10 cm aus der Spule herausragt. Es wurde mit Deuterium und Wasserstoff im Druckbereich von $5 \cdot 10^{-3}$ bis $5 \cdot 10^{-2}$ Torr gefüllt.

Zum Nachweis der harten RÖNTGEN-Strahlung wurden Szintillationszähler benutzt, welche hinter dem Puffervolumen parallel zur Achse oder auch seitlich zur Spule angeordnet waren.

Harte RÖNTGEN-Strahlung kann im angegebenen Druckbereich nachgewiesen werden, wobei das Maximum der Intensität bei $2 \cdot 10^{-2}$ Torr gefunden wird. Auf eine zusätzliche Vorionisierung des Füllgases wurde verzichtet. So erfolgt die Zündung am Beginn der 2. bis 6. Halbwelle, wobei der Zündzeitpunkt durch Veränderung des Füllgasdrucks auf den Beginn bestimmter Halbwellen gelegt werden kann.

Die Emission harter RÖNTGEN-Strahlung ist während mehrerer Halbwellen vor der Zündung beobachtbar. In Halbwellen nach der Zündung ist die Ladungsträgerdichte dagegen schon am Beginn der jeweiligen Halbwelle so groß, daß eine freie Beschleunigung der Elektronen zu hoher Energie sehr unwahrscheinlich wird.

Der charakteristische Verlauf der harten RÖNTGEN-Strahlung während einer bestimmten Halbwelle richtet sich nach der Lage dieser Halbwelle relativ zum Zündzeitpunkt. Es können drei charakteristische Fälle des Emissionsverlaufs während der Halbwelle unterscheiden werden (Abb. 1):

- nach dem Magnetfeldmaximum beginnende Emission bei noch kleinsten Ladungsträgerdichten (3. HW, Spur: Zähler Z 2),
- vor dem Magnetfeldmaximum beginnende Emission (4. HW, Z 2),
- während der ganzen Halbwelle andauernde Emission bei bereits großer Ladungsträgerdichte vor der Zündung (5. HW, Z 2).

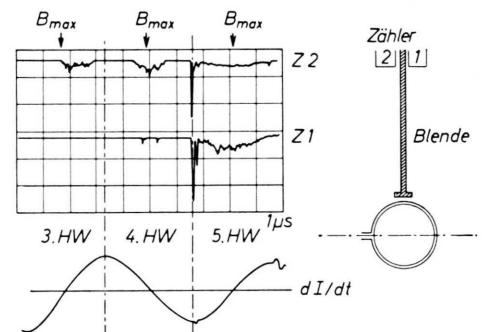


Abb. 1. Beobachtung der RÖNTGEN-Emission senkrecht zur Ebene durch Spulenzuführung und Achse.

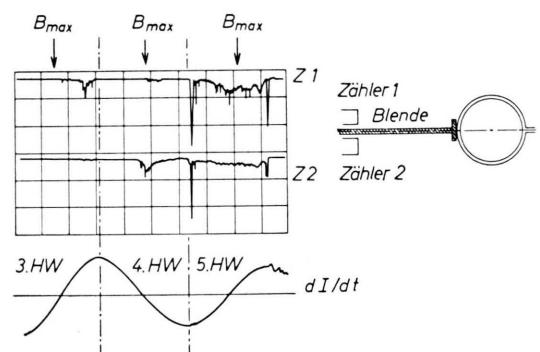


Abb. 2. Beobachtung der RÖNTGEN-Emission parallel zur Ebene durch Spulenzuführung und Achse.

Die Zündung erfolgt am Beginn der 6. Halbwelle, wie aus der dI/dt -Kurve zu ersehen ist. Wie außerdem Abb. 1 zeigt, kann mit dem Zähler Z 1 während der 3. und 4. Halbwelle keine Emission beobachtet werden. RÖNTGEN-Strahlung wird in diesen Halbwellen nur aus dem Bereich der Spulenzuführung emittiert.

Während der 5. Halbwelle, in der bereits eine größere Ladungsträgerdichte vorhanden ist, welche allerdings für eine Zündung am Beginn dieser Halbwelle noch nicht ausgereicht hat, wird eine bevorzugte Emission aus dem Bereich der Spulenzuführung nicht beobachtet. Für die Diskussion der experimentellen Ergebnisse soll nun die Konfiguration des elektrischen Feldes der Theta-Pinchspule betrachtet werden. Der Einfluß der von Halbwelle zu Halbwelle zunehmenden Ladungsträgerdichte ist dabei zu berücksichtigen.

Das elektrische Feld in der Theta-Pinchspule

Die Vakuumfeldkonfiguration

Voraussetzungen: An der Spulenzuführung liege eine von der Zeit abhängige Spannung $V = V(t)$. Das Magnetfeld sei homogen und habe nur eine Komponente in z -Richtung; das elektrische Feld sei demnach unabhängig von z . Ferner sei die Schlitzbreite der Zuführung vernachlässigbar klein im Vergleich zum Radius der Spule. Alle Formeln werden im elektromagnetischen Maßsystem angegeben.

Das elektrische Feld E kann aus einem Wirbelfeldanteil und einem Potentialfeldanteil zusammengesetzt gedacht werden:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} [\mathbf{r} \dot{B}_z] - \text{grad } \Phi. \quad (1)$$

Wegen der verschwindenden azimuthalen Komponente des Gesamtfeldes E am Innenrand der Spule – bei vorausgesetzter unendlicher Leitfähigkeit des Metalls – folgt für das Potential im Spuleninnenraum^{1, 2}

$$\Phi = \frac{V(t)}{\pi} \arctan \left(\frac{p \sin \Theta}{1 - p \cos \Theta} \right), \quad (2)$$

wobei für den Radius der Leiteroberfläche $p = 1$ gesetzt ist. Zur Orientierung von Θ siehe Abb. 3. Aus (2) ergeben sich durch Gradientenbildung die Komponenten des Potentialfeldes E_{2r} und $E_{2\theta}$.

Benutzt man die Differentialgleichung für die Feldlinien des Gesamtfeldes

$$E_\theta/E_r = p \cdot d\Theta/dp, \quad (3)$$

so erhält man mit den aus (1) und (2) bekannten Komponenten E_θ und E_r durch Integration die Feldlinienschar des Gesamtfeldes (Abb. 3)

$$\cos \Theta = \frac{1}{p} \left[\frac{1}{2} (p^2 + 1) + (\cos \Theta_0 - 1) \exp \frac{p^2 - 1}{2} \right]. \quad (4)$$

Die Integrationskonstante $\cos \Theta_0$ ist der Wert von $\cos \Theta$ bei $p = 1$.

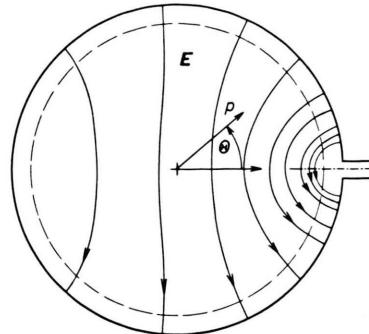


Abb. 3. Feldlinienbild des Gesamtfeldes $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$. \dot{B} nach vorne (Anmerkung: in der 1. Viertelwelle weist \dot{B} nach vorne, in der 2. Viertelwelle ändern E und B das Vorzeichen).

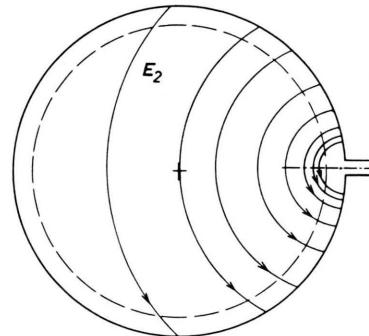


Abb. 4. Feldlinienbildung des Potentialfeldes \mathbf{E}_2 . \dot{B} nach vorne (Feldrichtungen siehe Anmerkungen Abb. 3).

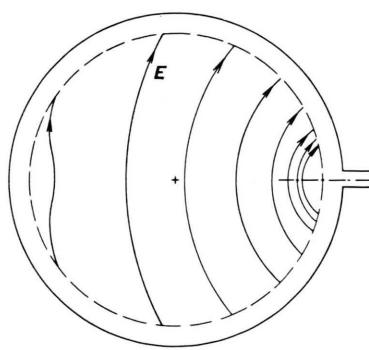


Abb. 5. Feldlinienbild des Gesamtfeldes \mathbf{E} am Ende der Halbwelle bei Berücksichtigung einer konstanten Glasaufladung. \dot{B} nach hinten.

Die Bewegung von Ladungsträgern verläuft im Feld der Konfiguration nach Abb. 3 am Anfang der Halbwelle bevorzugt unter dem Einfluß des elektri-

² J. E. ALLEN u. S. E. SEGRE, Nuovo Cim. **21**, 980 [1961].

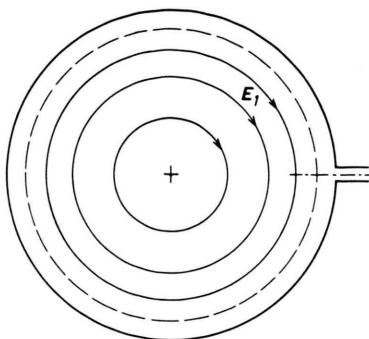


Abb. 6. Feldlinienbild des Wirbelfeldes. \vec{B} nach vorne (Feldrichtungen siehe Anmerkungen Abb. 3).

schen Feldes. Die Anzahl der Ladungsträger sei dabei noch so gering, daß die Voraussetzung der Divergenzfreiheit des Spuleninnenraumes praktisch noch gegeben ist.

Betrachtet man die Bewegung eines Elektrons am Anfang der Halbwelle bei noch kleinem Magnetfeld B , so ist

$$E \gg v |B| \quad (5)$$

und das Elektron gewinnt, nachdem es zur Zeit $t = t_0$ losgelaufen ist, die Geschwindigkeit v

$$v = (e/m) E(t - t_0). \quad (6)$$

Der Zeitpunkt t_1 , bei dem unter den gegebenen Versuchsbedingungen der Einfluß des Magnetfeldes auf ein Elektron mit der Geschwindigkeit v gleich dem Einfluß des elektrischen Feldes ist, berechnet sich zu $t_1 \approx 1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ bei $t_0 = 0$. Nach dem Zeitpunkt t_1 ist

$$v |B| \gg E, \quad (7)$$

und das Elektron wird auf eine Gyrationbahnen gezwungen, wobei sich schließlich das elektrische Feld nurmehr als Störung auf die Gyrationbewegung auswirkt: das Gyrationszentrum driftet senkrecht zu dem elektrischen Feld $E(r, \Theta, t)$ und dem Magnetfeld $B(t)$ mit der Geschwindigkeit

$$v_D = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{|B^2|}. \quad (8)$$

Die Driftgeschwindigkeit (8) ist am Anfang der Halbwelle am größten und nimmt bis zum Maximum des Magnetfeldes ($B=0$) auf Null ab. Bei wieder abnehmendem Magnetfeld setzt die Driftbewegung auf gleicher Driftbahn mit zunehmender Driftgeschwindigkeit wieder zurück in Richtung auf die Spulenzuführung ein.

Die Feldkonfiguration mit Berücksichtigung der Wandaufladung

Eine Voraussetzung der bisherigen Betrachtung war, daß die Elektronen am Anfang der Halbwelle ohne Wandberührung aus Gyrationbahnen gelangen und weiterhin beschleunigt werden können. Diese Voraussetzung ist – wie eine Berechnung der Elektronenbahnen gezeigt hat³ – nur für einen geringen Teil der Elektronen, welche am Anfang der Halbwelle vorhanden waren, gegeben. Die Bahnen, auf denen die Elektronen laufen, schneiden in der Regel die Gefäßwand.

Durch die auf die Glaswand treffenden Ladungsträger wird jedoch das Potentialfeld geschwächt oder, sofern genügend Ladungsträger im Spuleninnenraum vorhanden sind, auch völlig abgeschirmt. Im letzteren Fall ist dann keine auf die Wand gerichtete Komponente des elektrischen Feldes mehr vorhanden und es bleibt nur das Wirbelfeld übrig (Abb. 6).

Das damit von Θ unabhängige Potential auf der Glasinnenfläche ergibt zusammen mit dem unveränderten Potential auf der Spuleninnenfläche [$p = p_{gl}$ in (2)] die Randbedingungen für die allgemeine Lösung für das Potential Φ_a im Raum zwischen Spule und Glas am Anfang der Halbwelle

$$\Phi_a = - \frac{V}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(p^n - (p_{gl})^2/p)^n}{1 - p_{gl}^{2n}} \frac{(-1)^n}{n} \sin n (180^\circ - \Theta). \quad (9)$$

Durch Gradientenbildung von Φ_a (9) am Ort der Glasinnenfläche ($p = p_{gl}$) läßt sich die Ladungsträgerdichte σ_{gl} auf dem Glas zu

$$\sigma_{gl} = - \frac{1}{4 \pi c^2 R} \frac{\partial \Phi_a}{\partial p} \quad (10)$$

berechnen. Die Ladungsträgerdichte σ_{gl} ist von Θ abhängig wie (9), wobei es seinen Maximalwert nahe der Spulenzuführung erreicht. Eine Abschätzung von σ_{gl} ergibt für $\Theta \approx 90^\circ$ eine Ladungsträgerdichte von ca. $5 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$. Die Verteilung der Ladungen nach (10) kann – mit Ausnahme des Orts der Spulenzuführung, wohin im Laufe der Halbwelle Ladungsträger driften – näherungsweise als konstant angesehen werden, da das Magnetfeld die Bewegung der Ladungsträger zur Wand stark behindert.

³ K. HAIN u. R. CHODURA, mündliche Mitteilung.

Mit der Konstanz des Sprungs des Potentialgradienten am Ort der Glasaufladung

$$\left(\frac{\partial \Phi_a(t=t_0)}{\partial p} \right)_{p=p_{g1}} = \left(\frac{\partial \Phi_a(t)}{\partial p} - \frac{\partial \Phi_i(t)}{\partial p} \right)_{p=p_{g1}} \quad (11)$$

sind zusammen mit der Potentialverteilung auf der Spuleninnenfläche (2) und dem auf der Achse der Spule gleich Null gesetzten Potential

$$(\Phi_i)_{p=0} = 0 \quad (12)$$

die Randbedingungen für die Lösung der Potentialgleichung im Spuleninnenraum $\Phi_i(p, \Theta)$ gegeben.

Das Potential im Gefäßinnenraum ergibt sich in Abhängigkeit von der Zeit während der Halbwelle zu

$$\Phi_i = \frac{V(t) - V(t=0)}{\pi} \arctan \left(\frac{p \sin \Theta}{1 - p \cos \Theta} \right). \quad (13)$$

Damit besitzt das Potentialfeld bei Berücksichtigung der Glasaufladung die gleiche Konfiguration wie das Potentialfeld \mathbf{E}_2 im Vakuumfall (Abb. 4). Die Feldstärke ist, wie aus (13) zu ersehen, am Anfang der Halbwelle Null und steigt im Verlauf der Halbwelle an. Am Ende der Halbwelle ist $V(t) = -V(t=0)$. Ein Vergleich mit (2) zeigt, daß die Feldstärke zum Zeitpunkt des Magnetfeldmaximums an einem bestimmten Ort $P(p, \Theta)$ von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung ist, wie die Feldstärke im Fall des reinen Vakumpotentialfeldes zu Anfang der Halbwelle.

Durch Gradientenbildung können zu jedem Zeitpunkt aus (13) die Komponenten des Gesamtfeldes gebildet werden. Die Feldkonfiguration am Ende der Halbwelle zeigt Abb. 5.

Die Ladungsträgerbewegung am Anfang der Halbwelle geschieht wie im Fall des reinen Vakuumfeldes unter dem Einfluß des Potentialfeldes, das bis zum Aufbau der Glasaufladung noch vorhanden ist. Eine Folge davon ist eine Anreicherung der Elektronen in der einen Spulenhälfte bezüglich der Ebene durch Spulenzuführung und Spulenachse. Wie aus Abb. 2 (3. HW und 4. HW) zu ersehen ist, ändert sich mit der Polarität des elektrischen Feldes am Anfang der Halbwellen auch der Ort bevorzugter Emission während der Halbwellen.

Es ist weiter aus Abb. 1 und Abb. 2 zu ersehen, daß während der 3. Halbwelle, in der die Ladungsträgerdichte noch am geringsten ist, der Fall des durch Glasaufladung noch nicht veränderten Gesamtfeldes (Abb. 3) gegeben ist. Nach Abb. 1 und 2 driften die Elektronen in der ersten Viertelwelle

von der Spulenzuführung weg und kehren auf der gleichen Driftbahn in der zweiten Viertelwelle zurück und treffen im Bereich der Spulenzuführung auf die Wand.

Während der folgenden 4. Halbwelle setzt die Emission der RÖNTGEN-Strahlung am Ort der Spulenzuführung aber bereits vor dem Maximum der Magnetfeldstärke ein. In dieser Halbwelle scheint die Glasaufladung nicht vernachlässigbar zu sein. Obwohl in diesem Fall wegen der Abschirmung des Potentialfeldes der Spule am Anfang der Halbwelle nur mehr das Wirbelfeld nach Abb. 6 existiert, welches vorübergehend eine Drift in Richtung auf die Spulenachse bewirkt, wird das aus Glasaufladung und Ladungsverteilung auf der Spule resultierende Potentialfeld nach (13) schon während der 1. Viertelwelle wirksam. Die Drift ist schon vor dem B -Feldmaximum auf die Spulenzuführung gerichtet, denn der Anteil des Potentialfeldes der Glasaufladung überwiegt, was ein Gesamtfeld zur Folge hat, das demjenigen am Anfang der 3. Halbwelle entgegengerichtet ist.

Das elektrische Feld bei großer Ladungsträgerdichte während der Halbwelle vor der Zündung

Ist die Ladungsträgerdichte wie in der Halbwelle vor der Zündung – sie kann bei Voraussetzung einer exponentiellen Ladungsträgervermehrung im Verlauf der ersten 4 Halbwellen auf ca. $1 \cdot 10^{11}$ bis $1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ geschätzt werden – stark angestiegen, so berechnet sich aus der Größe der Dielektrizitätskonstanten \varkappa eines Plasmas⁴ der Dichte $\varrho_m = 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$

$$\varkappa = 1 + (4 \pi \varrho_m c^2 / B^2) \quad (14)$$

selbst zum Zeitpunkt des Magnetfeldmaximums ($B_{\max} = 30 \text{ kT}$) eine Schwächung des Potentialfeldes auf etwa den zehnten Teil. Aus Abb. 1 und 2 ist zu ersehen, daß ein Einfluß des Potentialfeldes auf die Ladungsträgerbewegung zu irgendeinem bevorzugten Teil der Gefäßwand nicht mehr zu erkennen ist.

Die Drift im Wirbelfeld, die während der ersten Viertelwelle auf die Spulenachse gerichtet ist, erklärt allerdings die während der ganzen Halbwelle anhaltende Emission nicht. Es sind nur zum Zeitpunkt großer Gyrationsradien am Anfang und am Ende der Halbwelle Stöße mit der Wand zu erwarten.

⁴ L. SPITZER, Physics of Fully Ionized Gases, Interscience Publ. Inc., New York 1956.

Die Abb. 1 und 2 zeigen zu diesen Zeitpunkten auch die Emission von intensitätsreicher, aber energieärmer Strahlung an.

Während der übrigen Zeit ist eine Bewegung von Ladungsträgern zur Wand nur durch Stöße mit Neutralteilchen zu erwarten. Eine Abschätzung des möglichen Teilchenstroms zur Wand durch Diffusion senkrecht zum Magnetfeld ist wegen der unbekannten Verteilung der Ladungsträger im Innenraum nur schwer möglich.

Vergleich von experimentellen und theoretischen Werten des Absorptionsverhältnisses bei Benutzung von Cu-Absorbern

Die Energieverteilung der RÖNTGEN-Bremsstrahlung ist bestimmt durch die Energieverteilung der auf die Wand treffenden Elektronen, die mit der Energieverteilung der im Volumen vorhandenen Elektronen im allgemeinen nicht identisch ist. Nur wenn die Elektronen durch Drift an die Wand gelangen können, entspricht die Verteilung an der Wand der Verteilung im Volumen, da die Driftgeschwindigkeit von der Energie der Elektronen unabhängig ist.

Es wird im folgenden für die Halbwelle vor der Zündung zuerst die veränderte Energieverteilung derjenigen Elektronen, welche durch Stoßprozesse aus dem Spuleninnenraum hinausgestreut werden, diskutiert. Anschließend wird die Energieverteilung derjenigen Elektronen betrachtet, welche durch Diffusion quer zum Magnetfeld an die Wand gelangen.

Mit Berücksichtigung der Energieverteilung der RÖNTGEN-Bremsstrahlung und der Glasabsorption wird sodann für beide Fälle ein zeitabhängiges theoretisches Absorptionsverhältnis für Messungen mit Cu-Absorbern berechnet und mit experimentellen Ergebnissen verglichen.

Die Energieverteilung der Elektronen $F(W) = dN/dW$ im Spuleninnenraum wurde von CHODURA und KEILHACKER¹ in Abhängigkeit von $B(t)$, $\dot{B}(t=0)$ und dem Gefäßradius berechnet:

$$F(W) = \frac{n_0 R^2 \pi}{\mu(R) B} \left(\frac{W}{m_0 C^2} + 1 \right). \quad (15)$$

Diese Energieverteilung wird durch die Art des Transports zur Wand modifiziert.

⁵ N. MOTT u. H. MASSEY, The Theory of Atomic Collision, At the Clarendon Press, Oxford 1952, S. 185 f. und 239 f.

Bei Elektronen- und Ionendichten von $n_e = n_i \approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ werden Elektronen bevorzugt an neutralen Atomen gestreut. Nach MOTT und MASSEY⁵ ist der differentielle Wirkungsquerschnitt $J(\varphi)$ bei nicht zu kleinen Streuwinkeln sowohl bei elastischen wie auch bei unelastischen Stößen von der Elektronenenergie W abhängig wie

$$J(\varphi, W) = \text{const } W^{-2} f(\varphi). \quad (16)$$

Damit ist der Wirkungsquerschnitt Q über den Winkelbereich von $90^\circ - \varphi_r$ bis $90^\circ + \varphi_r$

$$Q(\varphi, W) = \int_{90^\circ - \varphi_r}^{90^\circ + \varphi_r} J(\varphi, W) \sin \varphi \, d\varphi \quad (17)$$

in der gleichen Weise von W abhängig wie (16); φ_r ist der aus dem gemessenen Spiegelverhältnis der Spule von 1,05 zu berechnende Verlustwinkel der Spule.

Da die Anzahl der Stöße v pro Zeiteinheit proportional der Elektronengeschwindigkeit v ist,

$$v = v Q, \quad (18)$$

ergibt sich wegen $v \sim W^{1/2}$ aus (16) und (18) die Energieverteilung der im Spulenaußenraum auf die Wand treffenden Elektronen $F_a(W)$ zu

$$F_a(W) = W^{-3/2} F(W). \quad (19)$$

Dagegen ist die durch Diffusion quer zum Magnetfeld veränderte Energieverteilung bestimmt durch die Energieabhängigkeit des Diffusionskoeffizienten.

Die Zahl der pro Zeit- und Flächeneinheit an die Wand treffenden Elektronen Γ ist gegeben erstens durch den Diffusionskoeffizienten für ambipolare Diffusion D_\perp , der bei vorausgegangener freier Beschleunigung von den Elektronen und Ionen nahezu identisch ist mit dem Koeffizienten für die freie Diffusion der Elektronen $D_{e\perp}$, und zweitens durch den Dichtegradienten in Wandnähe dn/dr :

$$\Gamma = -D_{e\perp} \cdot (dn/dr). \quad (20)$$

Die Diffusionskonstante $D_{e\perp}$ ist nach ALLIS⁶ von der Größe

$$D_{e\perp} = \frac{v^3 N \sigma}{3 \omega_0^2} \quad (21)$$

(v : Geschwindigkeit der Elektronen, ω_0 : Gyrationsfrequenz), wobei der totale Wirkungsquerschnitt σ

⁶ W. P. ALLIS, Motions of Ions and Electrons, Handbuch der Physik, Bd. 21.

im betrachteten Energiebereich (bis ca. 300 keV) von der Energie abhängt⁷ wie

$$\sigma \sim W^{-1}. \quad (22)$$

Aus (21) und (22) folgt für die Energieabhängigkeit von D :

$$D_{e\perp} \sim W^{1/2}. \quad (23)$$

Aus der Abschätzung des Dichtegradienten aus der Diffusionsgleichung im nichtstationären Fall in Wandnähe kann gefolgert werden, daß wegen der aus (23) bekannten Energieabhängigkeit der Diffusionskonstante fast nur solche Elektronen, welche die Maximalenergie W_{\max} der Energieverteilung besitzen, an die Wand diffundieren. Es sei angemerkt, daß zur Erklärung des beobachteten Elektronenflusses zur Wand ein Diffusionskoeffizient angenommen werden müßte, welcher denjenigen nach ALLIS⁶ um eine Größenordnung übersteigt.

Die Verteilung der Intensität $g(w, W)$ der RÖNTGEN-Strahlung, die von Elektronen der Energie W ausgelöst wird, kann nach KRAMERS⁸ wieder gegeben werden durch

$$g(w, W) dw = \begin{cases} C(W-w) dw & \text{für } w > W, \\ 0 & \text{für } w < W, \end{cases} \quad (24)$$

wobei C nur der Zahl der Elektronen, welche auf die Wand treffen, proportional ist.

$$A = \frac{\int_0^{W_{\max}} f(w) \alpha(w) \exp \{-\nu(w) d_{\text{SiO}_2}\} \exp \{-\lambda(w) d_{\text{Cu}}\} dw}{\int_0^{W_{\max}} f(w) \alpha(w) \exp \{-\nu(w) d_{\text{SiO}_2}\} dw}, \quad (28)$$

Dicke der Glaswand $d_{\text{SiO}_2} = 0,3$ cm, Absorberdicke $d_{\text{Cu}} = 0,4$ cm.

W_{\max} ergibt sich aus der Gleichung für die Energie des Elektrons in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei relativistischer Energie¹ zu

$$W_{\max} = m_0 c^2 \left(\sqrt{\frac{2 \mu_{\max} B(t)}{m_0 c^2}} + 1 - 1 \right) \quad (29)$$

wobei $\mu_{\max} = 0,33 e V \omega_g R_g^2$.

Aus Abb. 7 und Gl. (29) kann sodann die Zeitabhängigkeit von A (mit den Daten der Halbwelle $V \omega_g = 0,75 \cdot 10^9$ s⁻¹ und $R_g = 2,2$ cm) für Beobachtung senkrecht zur Wand am Spulenaußenraum oder in der Spulenmitte berechnet werden.

⁷ N. MASSEY u. H. BURHOP, Electronic and Ionic Impact Phenomena, At the Clarendon Press, Oxford 1952, S. 177.

Die durch Diffusion quer zum Magnetfeld im Spuleninnenraum an die Wand gelangenden Elektronen verursachen demnach eine RÖNTGEN-Strahlung mit der Energieverteilung $f_d(w)$

$$f_d(w) dw = \text{const } g(w, W_{\max}). \quad (25)$$

Von den Elektronen, welche in der unveränderten Energieverteilung $F(W)$ (15) an die Wand gelangen, ergibt sich mit Gl. (24) die Energieverteilung $f_0(w)$ der RÖNTGEN-Strahlung

$$f_0(w) dw = dw \text{ const} \int_{W=0}^{\infty} g(w, W) F(W) dW. \quad (26)$$

Für die Energieverteilung der RÖNTGEN-Strahlung von den im Spulenaußenraum an die Wand stoßenen Elektronen folgt mit (19)

$$f_a(w) dw = dw \text{ const} \int_{W=0}^{\infty} g(w, W) F_a(W) dW. \quad (27)$$

Für den Vergleich mit gemessenen Werten des Absorptionsverhältnisses bei Verwendung von Cu-Absorbern [Absorptionskoeffizient $\lambda(w)$] kann ein theoretisches Absorptionsverhältnis A in Abhängigkeit von der Maximalenergie der Elektronenenergieverteilung $W_{\max}(t)$ mit der Kenntnis der Empfindlichkeit des Szintillators¹ $\alpha(w)$ und der Berücksichtigung der Glasabsorption [Absorptionskoeffizient $\nu(w)$] ermittelt werden (Abb. 7):

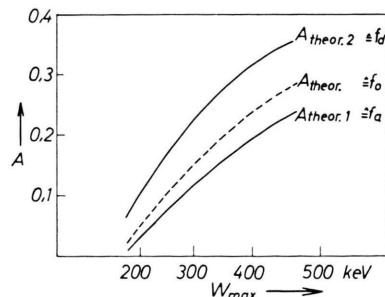


Abb. 7. Theoretisches Absorptionsverhältnis nach Gl. (28) in Abhängigkeit von der Maximalenergie W_{\max} der Elektronenenergieverteilung (15) für die jeweilige Energieverteilung der RÖNTGEN-Strahlung. Der Transport zur Wand erfolgt bei f_0 (26) durch Drift, f_d (25) durch Diffusion, f_a (27) durch Streuung in den Spulenaußenraum.

⁸ H. A. KRAMERS, Phil. Mag. 46, 836 [1923].

Der Verlauf des theoretischen Absorptionsverhältnisses A in den beiden Fällen ist in Abb. 8 und 9 mit den Werten von jeweils zwei Messungen aufgetragen.

Die Meßwerte des Absorptionsverhältnisses A bei Beobachtung am Spulenaußenraum kommen den berechneten Werten $A_{\text{theor.} 1}$ in ihrem Verlauf sehr nahe, liegen aber insgesamt etwas über den berechneten Werten.

Die Meßwerte von A bei Beobachtung am Spuleninnenraum (Abb. 9) sind mit dem Verlauf des theoretischen Absorptionsverhältnisses $A_{\text{theor.} 2}$ zu vergleichen.

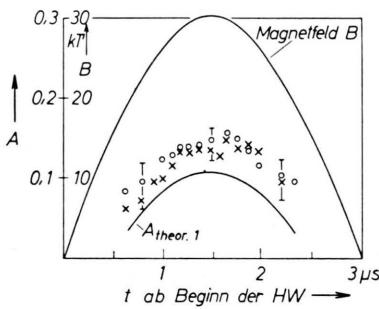


Abb. 8. Theoretisches Absorptionsverhältnis $A_{\text{theor.} 1}$ und Meßwerte bei Beobachtung am Spulenaußenraum.

Bei Gegenüberstellung der Meßwerte bei Beobachtung am Spulenaußenraum und Spuleninnenraum ergeben sich in Übereinstimmung mit der Theorie

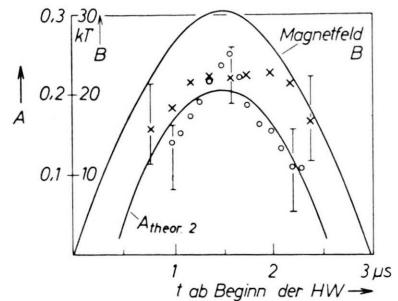


Abb. 9. Theoretisches Absorptionsverhältnis $A_{\text{theor.} 2}$ und Meßwerte bei Beobachtung am Spuleninnenraum.

in der Mitte der Spule höhere Werte für das Absorptionsverhältnis als im Spulenaußenraum.

Aus den Absorptionsmessungen kann erst indirekt auf die interessierende Maximalenergie der Elektronenenergieverteilung geschlossen werden. So bestimmt sich aus Abb. 7 und Abb. 8 die maximale Elektronenenergie (29) bei der vorausgesetzten Energieverteilung nach Gl. (15) zum Zeitpunkt des Magnetfeldmaximums ($B_{\max} = 30 \text{ kT}$) zu etwa 250 keV.

Ich danke Herrn Prof. Dr. E. FÜNFER, der mir diese Arbeit ermöglichte, sowie Herrn Dr. CHODURA und Herrn Dr. KEILHACKER für theoretische und experimentelle Ratschläge.

Die vorstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.